

# 航空機の離着陸に伴う大型浮体構造物の非線形振動の数値解析

Numerical Simulation of Oscillation of a Very Large Floating Structure Due to Takeoff or Landing of an Aircraft

山元 公<sup>1</sup>・山下 啓<sup>2</sup>・柿沼太郎<sup>3</sup>

Ko YAMAMOTO, Kei YAMASHITA and Taro KAKINUMA

Interaction of surface water waves with a floating platform is discussed considering nonlinearity of fluid motion and flexibility of oscillating structure. The set of nonlinear shallow water equations is applied to water motion interacting with a horizontally very large and elastic thin plate floating on the water surface. Calculation results of the floating thin-plate displacement due to the propagation of a tsunami, in terms of a solitary wave, are compared with the existing experimental data. Surface waves generated by the takeoff or landing of an airplane are simulated, such that when the offshore airport is constructed in shallower water, the slope of runway becomes larger and the complicated oscillation is harder to be damped down because of the reflection of floating thin-plate waves at the ends of the offshore airport.

## 1. 序 論

近年、海上空港や、風力・太陽光発電の基地、そして、災害時の避難場所として、超大型浮体構造物の利用が考えられている。超大型浮体構造物は、曳航等により移動可能であるという特徴を有し、また、日本のような島国では、空間の創造という意味でも有効であろう。しかしながら、こうした構造物は、流体上に存在し、超大型であるがゆえに変形し、振動する。従って、超大型浮体構造物の設計のためには、変形する構造物の振動と流体の運動の相互干渉を把握する必要がある。

例えば、堺ら (1998) は、津波が入射する際の薄板状浮体と流体の干渉問題に関して、鉛直断面内の運動を対象とした水理実験及び数値解析により調べた。また、遠藤 (2000)、Hermans (2000) 及び Kashiwagi (2004) は、海上空港を想定し、平面方向に広がりのある薄板状浮体構造物上を荷重が移動する場合を対象として、浮体の線形な応答の数値シミュレーションを行なった。

そこで、本研究では、超大型浮体構造物である海上空港を想定した数値シミュレーションを行ない、航空機の離着陸に伴う超大型浮体構造物の振動に関して検討する。ここでは、相対水深が浅い水域における表面波の非線形性を考慮するため、断面 2 次元において表面波及び内部波と薄板状浮体の相互干渉問題を対象とした数値モデル (山下ら, 2011 ; Kakinuma ら, 2012) を 3 次元問題が解析可能な数値モデルに拡張する。基礎方程式は、水の変分原理に基づく非線形方程式系と、線形古典理論から得られる薄板の運動方程式である。数値解析では、水面の薄板が存在する位置に曲げ剛性率を与えて、一部の

水域を覆う薄板を表現する。この手法により、薄板の端部における波の反射や透過を考慮することが可能である。

## 2. 基礎方程式系と数値解析法

非粘性かつ非圧縮性の多層流体の非回転運動を対象とする。図-1 において、互いに混合しない各流体層を最上層から順に第  $i$  層 ( $i=1, 2, \dots, D$ ) と呼ぶ。第  $i$  層の速度ポテンシャルを  $\phi_i(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{\alpha=1}^{i-1} \{f_{i,\alpha}(\mathbf{x}, t) \cdot z^\alpha\}$  のように  $N$  個のべき関数の重み付き級数に展開する。変分法を適用すると、次式のような非線形表面波・内部波方程式系が得られる (柿沼, 2001)。

$$\eta_{i,1}^\alpha \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \eta_{i,0}^\alpha \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ (\eta_{i,1}^{\alpha+\beta+1} - \eta_{i,0}^{\alpha+\beta+1}) \nabla f_{i,\beta} \right\} - \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta-1} (\eta_{i,1}^{\alpha+\beta-1} - \eta_{i,0}^{\alpha+\beta-1}) f_{i,\beta} = 0 \quad (1)$$

$$\eta_{i,j}^\beta \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_{i,j}^{\beta+\gamma} \nabla f_{i,\beta} \nabla f_{i,\gamma} + \frac{1}{2} \beta \gamma \eta_{i,j}^{\beta+\gamma-2} f_{i,\beta} f_{i,\gamma} + g \eta_{i,j} + \frac{P_{i,j} + P_i + W_i}{\rho_i} = 0 \quad (j=0 \text{ or } 1) \quad (2)$$

ここで、添え字  $\alpha, \beta$  及び  $\gamma$  に関して、積の総和規約を用いている。  $\eta_{i,0}(\mathbf{x}, t)$ ,  $\eta_{i,1}(\mathbf{x}, t)$ ,  $p_{i,0}(\mathbf{x}, t)$ ,  $p_{i,1}(\mathbf{x}, t)$  及び  $\rho_i$  は、それぞれ、第  $i$  層の下面の界面変動、上面の界面変動、下面における圧力、上面における圧力及び密度である。また、  $P_i = \sum_{k=1}^{i-1} \{(\rho_i - \rho_k) g h_k\}$  及び  $W_i = \sum_{k=1}^i (-m_k g \delta_k)$  であり、  $h_i$ ,  $m_i$  及び  $\delta_i$  は、それぞれ、第  $i$  層の静水深、第  $i$  板 (第  $i$  層の上面に位置する薄板) の密度及び第  $i$  板の板厚である。なお、  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  は、水平方向の微分演算子である。重力加速度  $g$  は、  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。

一方、十分に薄い第  $i$  板の運動は、古典理論より、次式で表わされる。

$$m_i \delta_i \frac{\partial^2 \eta_{i,1}}{\partial t^2} + B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1} + m_i g \delta_i + p_{i-1,0} - p_{i,1} = 0 \quad (3)$$

1	学生会員	鹿児島大学大学院 理工学研究科 海洋土木工学専攻
2	学生会員 修(工)	鹿児島大学大学院 理工学研究科 生命環境科学専攻
3	正会員 博(工)	鹿児島大学大学院 准教授 理工学研究科 生命環境科学専攻

ここで、 $B_i$  は、第  $i$  板の曲げ剛性率である。

代表的な波長、水深及び密度をそれぞれ  $l$ ,  $h$  及び  $\rho$  とし、次式のような無次元化を行なう。

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{l}, \quad y^* = \frac{y}{l}, \quad z^* = \frac{z}{h}, \quad t^* = \frac{\sqrt{gh}}{l} t, \\ \nabla^* &= l \nabla, \quad \frac{\partial}{\partial t^*} = \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^* = \frac{l}{\sqrt{gh}} \frac{\partial}{\partial t}, \\ \eta_{i,e}^* &= \frac{\eta_{i,e}}{h}, \quad m_i^* = \frac{m_i}{\rho}, \quad B_i^* = \frac{B_i}{\rho g l^4}, \quad p_{i,e}^* = \frac{p_{i,e}}{\rho g h} \end{aligned} \quad (4)$$

式(4) を式(3) に代入して、次式を得る。

$$\begin{aligned} \left( \frac{h}{l} \right)^2 m_i^* \delta_i^* \frac{\partial^2 \eta_{i,1}^*}{\partial t^{*2}} + B_i^* \nabla^{*2} \nabla^{*2} \eta_{i,1}^* \\ + m_i^* \delta_i^* + p_{i-1,0}^* - p_{i,1}^* = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここでは、各層が相対的に浅い場合を対象とし、 $O\left(\frac{h}{l}\right) \ll 1$  を仮定する。すると、式(5) の (左辺第1項) が無視される。この項を無視し、式(5) を有次元に関する式に戻して、第  $i$  板の方程式が次式となる。

$$B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1} + m_i g \delta_i + p_{i-1,0} - p_{i,1} = 0 \quad (6)$$

簡単のために、壁面及び底面における摩擦を無視し、また、薄板内部におけるエネルギー減衰を考慮しない。

以上より、式(1), (2) 及び (6) が、本研究における基礎方程式系となる。これらは、波の1次元伝播を対象とした Nakayama・Kakinuma (2010) を表面波の2次元伝播問題が扱えるように拡張した差分法を用いて解く。その際、初期状態において、速度ポテンシャルの重み係数  $f_{i,\alpha}(\mathbf{x}, 0)$  をすべて 0、すなわち、初期流速を 0 とする。また、本論文では、1層問題を対象とし、 $i = 1$  とする。そして、速度ポテンシャルの展開項数を  $N = 1$  とする。

### 3. 数値モデルの検証

本数値モデルの精度を検証するため、数値解析結果と既存の水利実験結果を比較して、薄板状浮体の応答の再現性を調べる。劉・塚 (2000) は、図-2 に示すような造波水路内に、曲げ剛性率が  $450.0 \text{ Nm}^2$  の薄板状浮体を設置し、津波の来襲を想定して、この薄板状浮体に孤立波が入射する場合の水利実験を行なった。数値解析では、図-3 に示すような、 $y$  軸方向に一樣な計算領域を対象とする。そして、水面上の、薄板状浮体構造物が存在する位置に、図-4 に示すように曲げ剛性率  $B$  の分布を与え、一部の水域を覆う薄板を表現する。また、計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x = \Delta y = 5.0 \times 10^{-2} \text{ m}$  及び  $\Delta t = 2.5 \times 10^{-5} \text{ s}$  とする。

図-5 に、 $x = 7.0 \text{ m}$  及び  $14.5 \text{ m}$  における浮体、または、水面の変動  $\zeta$  の実験値と計算値を示す。これより、本数

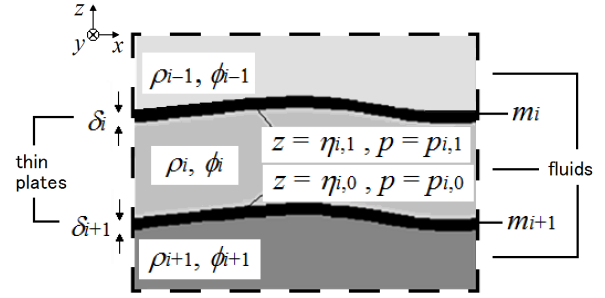


図-1 薄板状構造物と多層流体

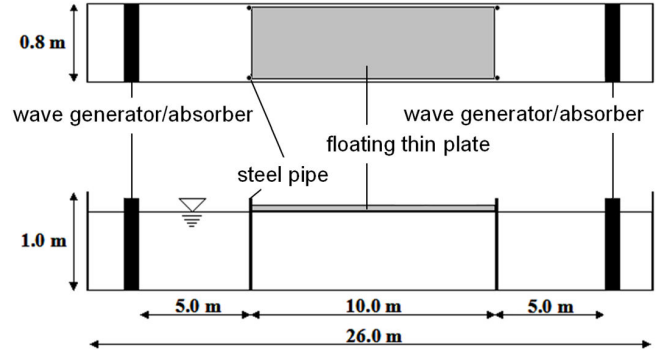


図-2 劉・塚 (2000) の水利実験で用いられた造波水路 (上図が水路上方から見た平面図であり、下図が横方向から見た鉛直断面図である。)

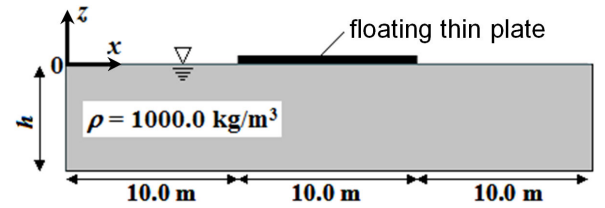


図-3 薄板状浮体構造物を有する計算対象領域

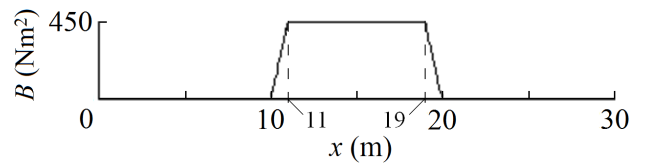


図-4 図-3 に示す計算対象領域の表面における曲げ剛性率の分布

値モデルによる結果の精度が、比較的高いことが確かめられる。

### 4. 航空機の離陸に対する超大型浮体空港の応答

薄板状浮体構造物である超大型海上空港から航空機が離陸する場合の、表面波と相互干渉する浮体の数値シミュレーションを行なう。海上空港を長さ  $5 \text{ km}$ 、幅  $1 \text{ km}$  の超大型浮体構造物と設定する。そして、この薄板状浮体構造物の曲げ剛性率を一樣に  $1.0 \times 10^{11} \text{ Nm}^2$  とする。

航空機は、大型旅客機を想定し、質量を  $m = 228.4 \text{ t}$  とする。ところで、水平面内において正方形格子を用いる

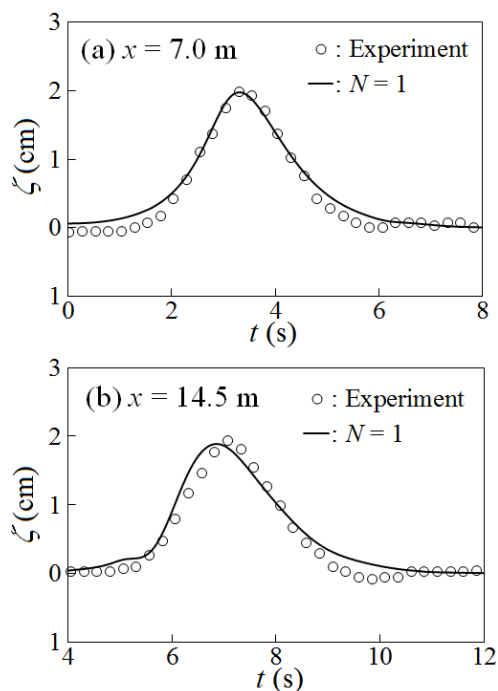


図-5  $x=7.0\text{ m}$  及び  $14.5\text{ m}$  の地点における表面変動（静水深及び入射波波高は、それぞれ、 $0.4\text{ m}$  及び  $0.02\text{ m}$  である。）

数値解析では、一つの格子点に垂直応力  $p_s$  を与えた場合、この格子点を中心とする、半径が格子間隔  $\Delta x$  の底面を有する円錐形の応力分布を近似的に仮定したことになる。そこで、航空機静止時には、点荷重  $m = \pi \Delta x^2 p_s / (3g)$  を満たす垂直応力  $p_s$  を格子点に与える。

また、航空機が離陸する際の加速度を  $3\text{ m/s}^2$  で一定とし、滑走時間を  $25\text{ s}$  とする。すると、離陸する瞬間の滑走速度が  $270\text{ km/h}$  となり、滑走距離が約  $938\text{ m}$  となる。

海上空港を設置する水域の静水深  $h$  が  $10\text{ m}$  である場合の、離陸時刻  $t = 25\text{ s}$  における浮体及び水面の変動を図-6 (a) に示す。ここで、各計算条件は、次の通りである。すなわち、 $0\text{ km} \leq x \leq 6\text{ km}$  かつ  $0\text{ km} \leq y \leq 1\text{ km}$  の領域が計算対象領域であり、この水域全体で静水深が  $h = 10\text{ m}$  で一様である。そして、 $0.5\text{ km} \leq x \leq 5.5\text{ km}$  かつ  $0\text{ km} \leq y \leq 0.5\text{ km}$  に海上空港が存在する。航空機は、 $(x, y) = (1\text{ km}, 0\text{ km})$  の地点より出発し、 $y = 0\text{ km}$  の  $x$  軸上を  $x$  の正の向きに滑走する。現象が  $x$  軸に関して線対称であると考え、 $y = 0\text{ km}$  の位置に完全反射の鉛直壁を置き、ここで鏡面条件を成り立たせる。つまり、 $x$  軸が、海上空港の滑走方向の中央軸となる。計算対象領域の他の側面には、Sommerfeld の開境界条件を課す。また、航空機静止時において、場が定常状態となっており、その状態から、航空機が滑走を開始すると仮定する。そのため、式(6)を数値的に解き、航空機静止時の定常状態における浮体の変位を求め、これを時刻  $t = 0\text{ s}$  における海上空港の初期変位とする。航空機は、時刻  $t = 0\text{ s}$  後、次第に加速して、時刻  $t = 25\text{ s}$  に離陸する。滑走開始時刻  $t = 0\text{ s}$  の航空機による応力を  $p = p_s$  とし、離陸時刻  $t = 25\text{ s}$  に  $p = 0\text{ Pa}$  と

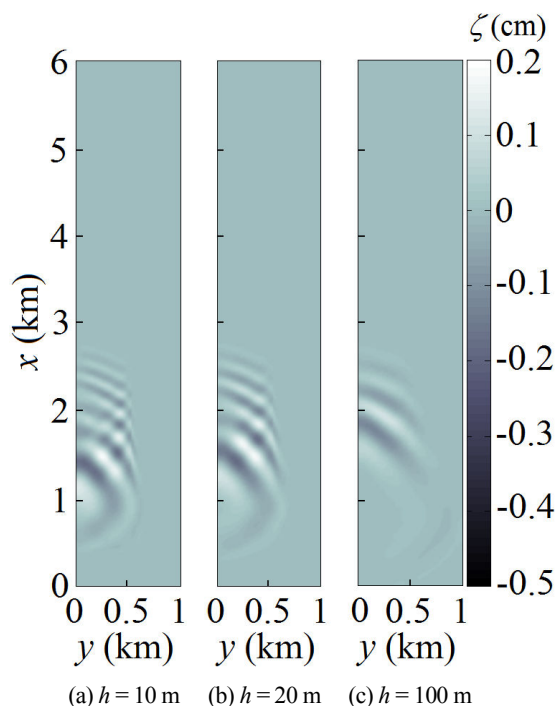


図-6 航空機離陸時の表面波（時刻  $t = 25\text{ s}$  における浮体及び水面の変動が描かれている。）

なるよう、時間に関して線形に応力を減少させる。離陸時刻以降は、海上空港に対する荷重を行なわない。

図-6 (a) に示すように、離陸時刻において、航空機の前方に浮体波が進行している。そして、海上空港の撓みにより、航空機は、上り勾配斜面を滑走する。また、生成された多数の表面波は、四方八方に伝播し、海上空港の端部で反射して、重合する。その結果、海上空港に、格子状の振動場が形成されている。

また、海上空港を設置する水域の静水深が  $h = 20\text{ m}$  である場合の、離陸時刻  $t = 25\text{ s}$  における浮体及び水面の変動を図-6 (b) に示す。この場合にも、海上空港に格子状の振動場が形成されている。

更に、図-6 (c) に、水域の静水深が  $h = 100\text{ m}$  である場合の、離陸時刻  $t = 25\text{ s}$  における浮体及び水面の変動を示す。この場合、図-6 (a) 及び (b) に示した、静水深が浅い場合と比較して、浮体の変動が僅かな値に抑えられている。また、図-6 (c) の場合、海上空港に格子状の振動場が形成されていない。これは、静水深が大きい場合、水面波の波速が大きくなり、より波速の大きな浮体波と水面波の波速の差が減少するため、浮体の端部における波の反射が生じにくくなるからである。格子状の振動場は、Kashiwagi (2004) といった、比較的深い水域を対象とした既往の研究の計算結果に現れておらず、浅い水域に設置された超大型浮体空港に特有の現象と言える。

図-7 に、離陸時刻  $t = 25\text{ s}$  における、 $x$  軸上の浮体の変位を示す。これより、静水深が大きいほど、浮体波の波長が長く、波速が大きくなることがわかる。

図-8 (a) 及び (b) に、それぞれ、航空機の鉛直位置  $\zeta_p$

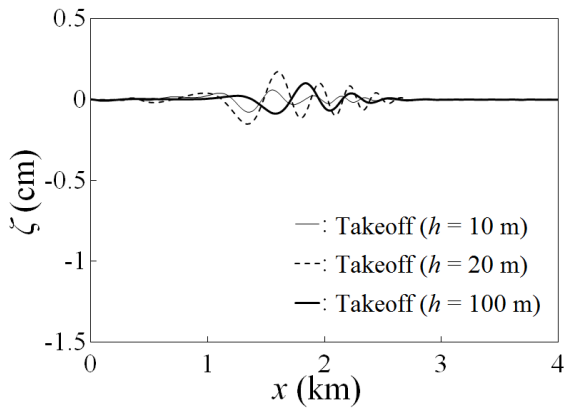


図-7 航空機が離陸する場合の時刻  $t = 25$  s における  $y = 0$  km の滑走路上で浮体及び水面の表面波 (時刻  $t = 25$  s における浮体及び水面の変動が描かれている.)

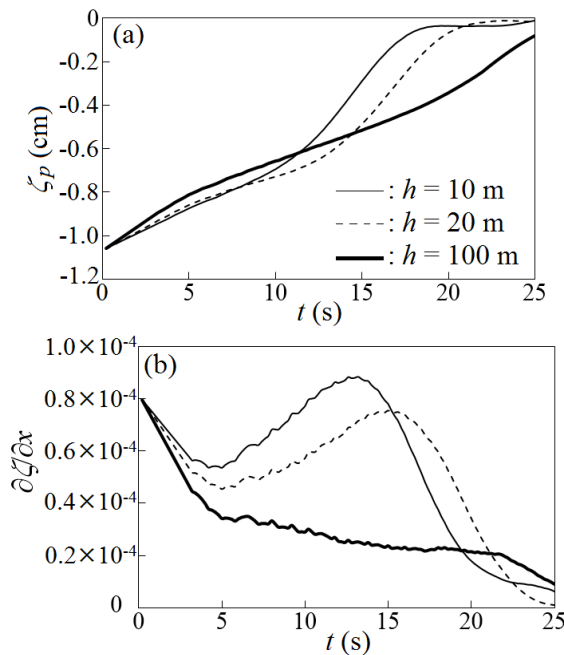


図-8 航空機が離陸する場合の航空機の鉛直位置  $\zeta_p$  及び航空機が存在する地点における  $x$  軸方向の表面勾配  $\partial\zeta/\partial x$  の時間変化

及び航空機が存在する地点における  $x$  軸方向の表面勾配  $\partial\zeta/\partial x$  の時間変化を示す。離陸する場合、航空機は、浮体波の谷の上り勾配を滑走する。この、航空機が滑走する斜面の上り勾配は、水深が浅い場合の方が、深い場合よりも大きくなっている。ただし、滑走路の最大縦断勾配は、1% まで認められており (航空法施行規則第 79 条三)、図-8 の勾配の計算値は、その許容範囲内にある。

### 5. 航空機の着陸に対する超大型浮体空港の応答

薄板状浮体構造物である超大型海上空港に航空機が着陸する場合の、表面波と相互干渉する浮体の数値シミュレーションを行なう。航空機が離陸する場合と同一の海上空港及び航空機を想定する。

航空機が着陸する瞬間の滑走速度を  $270$  km/h とし、滑

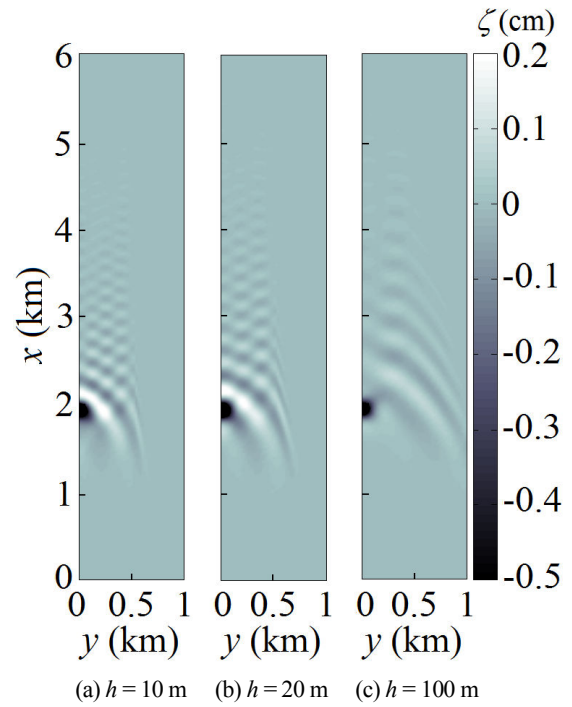


図-9 航空機着陸時の表面波 (時刻  $t = 25$  s における浮体及び水面の変動が描かれている.)

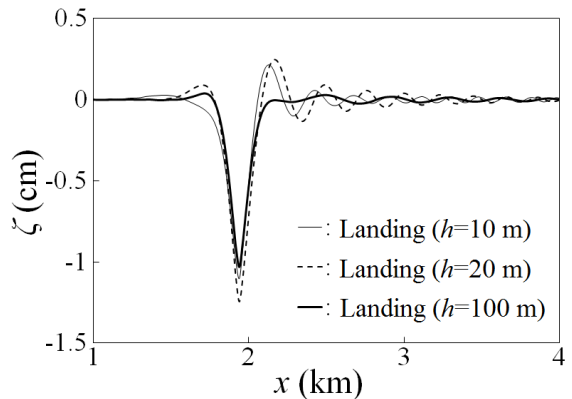


図-10 航空機が着陸する場合の時刻  $t = 25$  s における  $y = 0$  km の滑走路上で浮体及び水面の表面波 (時刻  $t = 25$  s における浮体及び水面の変動が描かれている.)

走時の加速度を  $-3$  m/s<sup>2</sup> で一定とする。すると、滑走時間が  $25$  s となり、滑走距離が約  $938$  m となる。航空機は、 $(x, y) = (1$  km,  $0$  km) の地点に着陸し、海上空港の滑走方向の中央軸に相当する  $x$  軸上を  $x$  の正の向きに滑走する。着陸時刻  $t = 0$  s の航空機による応力を  $p = 0$  Pa とし、航空機停止時刻  $t = 25$  s に  $p = p_s$  となるよう、時間に関して線形に応力を増加させる。

海上空港を設置する水域の静水深が  $h = 10$  m,  $20$  m 及び  $100$  m である場合の、航空機停止時刻  $t = 25$  s における浮体及び水面の変動をそれぞれ図-9 (a), (b) 及び (c) に示す。航空機が着陸する場合にも、航空機の前方に浮体波が進行している。また、離陸時と比較すると、振幅が大きく、格子状の振動場が、より明瞭に現れている。

なお、山下ら (2011) の 1 次元伝播解析によると、浮



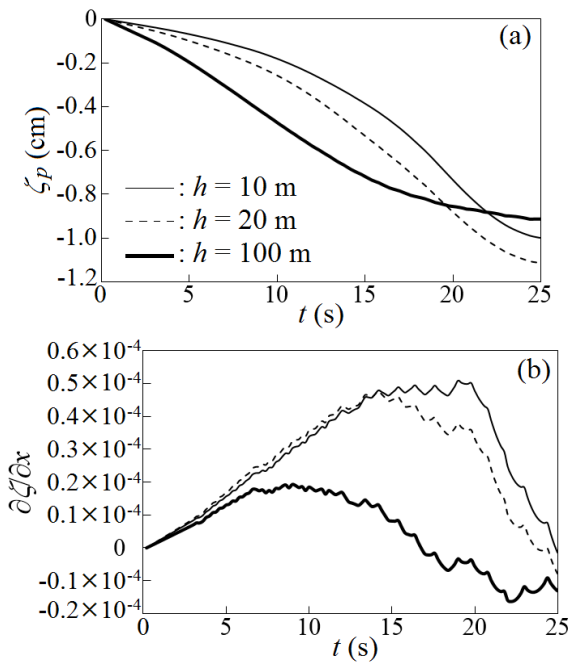


図-11 航空機が着陸する場合の航空機の鉛直位置  $\zeta_p$  及び航空機が存在する地点における  $x$  軸方向の表面勾配  $\partial\zeta/\partial x$  の時間変化

体上を移動する点荷重の移動速度が、線形浅水波の波速に一致する場合に、浮体波の振幅が顕著に増幅される。例えば、図-9 (b) に示した  $h = 20$  m の場合、線形浅水波の波速は、約 50 km/h であり、停止時刻に近い  $t \approx 20$  s における航空機の滑走速度がこれに一致する。この時刻には、応力が十分大きく、そのため、振幅の比較的大きな浮体波が生成されることになる。

図-10 に、時刻  $t = 25$  s における、 $x$  軸上の浮体の変位を示す。離陸時と同様に、着陸時においても、静水深が大きいほど、浮体波の波長が長く、波速が大きくなる。また、図-7 と図-10 を比較すると、後者の表面波の波長が短い。浮体波は、波長が短いほど、波速が大きくなり、水面波との波速の差が大きくなり、浮体の端部における波の反射が顕著に生じる。従って、前述のように、着陸時の方が、離陸時よりも、格子状の振動場が明瞭に現れる。

図-11 (a) 及び (b) に、それぞれ、航空機の鉛直位置  $\zeta_p$  及び航空機が存在する地点における  $x$  軸方向の表面勾配  $\partial\zeta/\partial x$  の時間変化を示す。図-8 (a) 及び (b) に示した、離陸する場合と同様に、航空機が滑走する斜面の上り勾配は、静水深が浅いほど大きい。ただし、着陸時には、航空機は、離陸時よりも緩やかな斜面を滑走する。

## 6. 結 論

薄板状浮体構造物と流体の相互干渉問題を対象とした、平面 2 次元数値解析を行なった。

まず、津波を想定した表面孤立波が、薄板状浮体に覆われた水域に伝播する場合において、表面波の数値解析結果と既存の水理実験結果を比較した。そして、対象と

した場合において、本数値モデルによる薄板状浮体の応答の再現性が、速度ポテンシャルの展開項数を 1 としても比較的高くなることが確かめられた。

次に、航空機の離着陸時のように、薄板状浮体構造物上に作用する点荷重が移動する場合に生成される表面波の数値解析を行ない、次のような結論を得た。

- (1) 静水深が浅く、生成される浮体波の振幅が大きい場合、航空機の離陸、または、着陸に伴い、海上空港に格子状の振動場が形成される。これは、海上空港の端部における浮体波の反射によるものである。
- (2) この格子状の振動場は、航空機の離陸時よりも、着陸時に、より明瞭に現れる。
- (3) 航空機が滑走する斜面の上り勾配は、静水深が浅いほど大きく、また、着陸時よりも、離陸時に大きい。

以上より、静水深が比較的浅い水域に海上空港を設置する場合には、航空機が滑走する斜面の上り勾配が比較的大きくなるが、これは、航空機の走行性に影響する。また、静水深が浅い場合、航空機の滑走により励起される浮体波が、海上空港の端部における反射によって空港内に残存し、振動が減衰しにくい状態となるが、このことは、構造物の疲労に関与する可能性がある。

謝 辞: 本研究の数値解析において、みらい建設株式会社の横山幹央氏の協力を得た。ここに感謝の意を表す。

## 参 考 文 献

遠藤久芳 (2000): 波浪および飛行機の離着陸荷重を受ける VLFS の挙動, 第 15 回海洋工学シンポジウム, pp. 193-200.

柿沼太郎 (2001): 海面や海中で振動する大規模薄板構造物と相互干渉する表面波及び内部波の非線形数値計算, 海洋開発論文集, 第 17 巻, pp. 181-186.

堺 茂樹・笹本 誠・劉 曉東・影佐拓也・平賀健司 (1998): 津波来襲時の大型弾性浮体の変形について, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 896-900.

山下 啓・柿沼太郎・中山恵介 (2011): 薄板状浮体構造物上を移動する荷重により生成される表面波及び内部波の数値解析, 土木学会論文集 B3 (海洋開発), Vol. 67, pp. 109-114.

劉 曉東・堺 茂樹 (2000): 大型弾性浮体下での孤立波の分裂に関する数値解析, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp. 31-35.

Hermans, A. J. (2000): A boundary element method for the interaction of free-surface waves with a very large floating flexible platform, J. Fluids and Structures, Vol. 14, pp. 943-956.

Kakinuma, T., K. Yamashita and K. Nakayama (2012): Surface and internal waves due to a moving load on a very large floating structure, J. Applied Mathematics, Vol. 2012, Article ID 830530, pp. 1-14.

Kashiwagi, M. (2004): Transient responses of a VLFS during landing and take-off of an airplane, J. Mar. Sci. Tech., Vol. 9, pp. 14-23.

Nakayama, K. and T. Kakinuma (2010): Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 62, pp. 574-590.