

薄板状浮体構造物上を移動する荷重により 生成される表面波及び内部波の数値解析

SURFACE AND INTERNAL WAVES DUE TO A MOVING LOAD
ON A VERY LARGE FLOATING STRUCTURE

山下 啓¹・柿沼太郎²・中山恵介³

Kei YAMASHITA, Taro KAKINUMA and Keisuke NAKAYAMA

¹学生会員 修(工) 鹿児島大学大学院 理工学研究科生命環境科学専攻
(〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元 1-21-40)

²正会員 博(工) 鹿児島大学大学院准教授 理工学研究科海洋土木工学専攻 (同上)

³正会員 博(工) 北見工業大学教授 工学部社会環境工学科
(〒090-8507 北海道北見市公園町 165 番地)

Interaction of surface/internal waves with a floating flexible structure has been numerically simulated using a set of nonlinear equations derived through vertical integration in each fluid layer to satisfy the nonlinear boundary conditions on the surface, interface, and seabed. Calculation results of surface displacements are compared with the existing experimental data, where a tsunami in terms of a solitary wave propagates across an area with a floating thin-plate. Surface and internal waves due to a point load moving on a floating thin-plate are also simulated. The wave height of the surface or internal mode is amplified when the moving velocity of point load is equal to the surface or internal wave celerity, respectively, in shallow water.

Key Words : Very large floating structure, internal wave, moving load, thin-plate, tsunami

1. 序 論

近年、海上空港として、または、風力・太陽光発電の基地といった目的で、超大型浮体構造物の利用が考えられるようになった。剛性を有する柔軟な薄板のような挙動を示す超大型浮体構造物は、流体と相互に干渉する構造物である。例えば、堺ほか¹⁾は、津波が入射する際の薄板状浮体と流体の干渉問題を鉛直断面を対象とした水理実験及び数値解析により調べ、また、Hermans²⁾は、海上空港を想定した平面方向に広がりのある薄板状浮体上を荷重が移動する場合を対象として、浮体の応答に関する数値シミュレーションを行なった。

一方、柿沼³⁾は、薄板状構造物と多層流体の相互干渉を支配する非線形方程式系を提案し、鉛直断面内の2層流体を対象とした数値解析を実施して、薄板状浮体構造物の振動に伴い内部界面が共振する場合があること、また、薄板状浮体構造物に作用する圧力が1層流体の場合と異なることを示した。このように、構造物が覆う水域において密度成層が形成されている場合、浮体の振動に伴い、表面波のみならず内部波も発生するであろう。従って、こうした内部波が、周辺水域や浅水域に伝播する場合、

浮体構造物の動搖が、水温変化等を通じて、水圏環境に影響を与える可能性がある。

そこで、本研究では、薄板状浮体構造物と1層流体、あるいは、2層流体との相互干渉問題に適用可能な数値モデルを開発する。そして、まず、モデルの検証のために、津波を想定した孤立波が来襲する場合の薄板状浮体構造物の動搖に関して、数値解析結果と既存の水理実験結果とを比較する。次に、薄板状浮体構造物上に作用する点荷重の移動によって生成される表面波及び内部波の数値解析を行なう。

2. 基礎方程式系と数値解析法

非粘性かつ非圧縮性の多層流体の非回転運動を対象とする。図-1において、互いに混合しない各流体層を最上層から順に第*i*層 (*i* = 1, 2, …, *I*) と呼ぶ。本研究では、第*i*層の速度ポテンシャルを $\phi_i(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{k=1}^{i-1} \{f_{i,\alpha}(\mathbf{x}, t) \cdot z^\alpha\}$ のように *N* 個のべき関数の重み付き級数に展開する。変分法を適用して、次式のような非線形表面波・内部波方程式系³⁾が得られる。

$$\eta_{i,1}^{\alpha} \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \eta_{i,0}^{\alpha} \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \{ (\eta_{i,1}^{\alpha+\beta+1} - \eta_{i,0}^{\alpha+\beta+1}) \nabla f_{i,\beta} \} - \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta-1} (\eta_{i,1}^{\alpha+\beta-1} - \eta_{i,0}^{\alpha+\beta-1}) f_{i,\beta} = 0 \quad (1a)$$

$$\eta_{i,j}^{\beta} \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_{i,j}^{\beta+\gamma} \nabla f_{i,\beta} \nabla f_{i,\gamma} + \frac{1}{2} \beta \gamma \eta_{i,j}^{\beta+\gamma-2} f_{i,\beta} f_{i,\gamma} + g \eta_{i,j} + \frac{p_{i,j} + P_i + W_i}{\rho_i} = 0 \quad (j = 0 \text{ or } 1) \quad (1b)$$

ここで、添え字 α に関して積の総和規約を導入している。 $\eta_{i,0}(\mathbf{x},t)$, $\eta_{i,1}(\mathbf{x},t)$, $p_{i,0}(\mathbf{x},t)$, $p_{i,1}(\mathbf{x},t)$ 及び ρ_i は、それぞれ、第 i 層の下面の界面変動、上面の界面変動、下面における圧力、上面における圧力及び密度である。また、 $P_i = \sum_{k=1}^{i-1} \{(\rho_i - \rho_k)gh_k\}$ 及び $W_i = \sum_{k=1}^i (-m_k g \delta_k)$ であり、 h_i , m_i 及び δ_i は、それぞれ、第 i 層の静水深、第 i 板（第 i 層の上面に位置する薄板）の密度及び第 i 板の板厚である。なお、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は、水平方向の微分演算子であり、重力加速度 g は、 9.8 m/s^2 とする。

一方、十分に薄い第 i 板の運動は、古典理論より、次式で表わされる。

$$m_i \delta_i \frac{\partial^2 \eta_{i,1}}{\partial t^2} + B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1} + m_i g \delta_i + p_{i-1,0} - p_{i,1} = 0 \quad (2)$$

ここで、 B_i は、第 i 板の曲げ剛性率である。

代表的な波長、水深及び密度をそれぞれ l , h 及び ρ として、諸量を次式のように無次元化する。

$$x^* = \frac{x}{l}, \quad y^* = \frac{y}{l}, \quad z^* = \frac{z}{h}, \quad t^* = \frac{\sqrt{gh}}{l} t, \\ \nabla^* = l \nabla, \quad \frac{\partial}{\partial t^*} = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^* = \frac{l}{\sqrt{gh}} \frac{\partial}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\eta_{i,e}^* = \frac{\eta_{i,e}}{h}, \quad m_i^* = \frac{m_i}{\rho}, \quad B_i^* = \frac{B_i}{\rho g l^4}, \quad p_{i,e}^* = \frac{p_{i,e}}{\rho g h}$$

式(3) を式(2) に代入して次式を得る。

$$\left(\frac{h}{l} \right)^2 m_i^* \delta_i^* \frac{\partial^2 \eta_{i,1}^*}{\partial t^*^2} + B_i^* \nabla^*^2 \nabla^*^2 \eta_{i,1}^* + m_i^* \delta_i^* + p_{i-1,0}^* - p_{i,1}^* = 0 \quad (4)$$

ここでは、各層が相対的に浅い場合を対象とし、 $O((h/l)^2) \ll 1$ を仮定する。すると、式(4) の（左辺第 1 項）が無視される。この項を無視し、式(4) を有次元量に関する式に戻して、第 i 板の方程式が次式となる。

$$B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1} + m_i g \delta_i + p_{i-1,0} - p_{i,1} = 0 \quad (5)$$

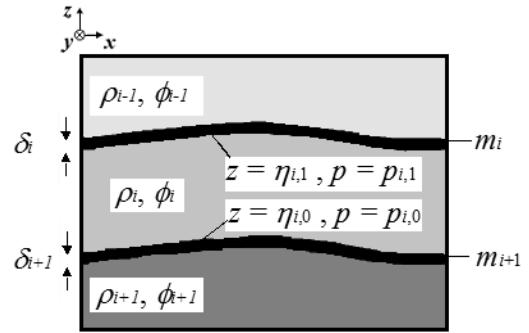


図-1 薄板状構造物と多層流体

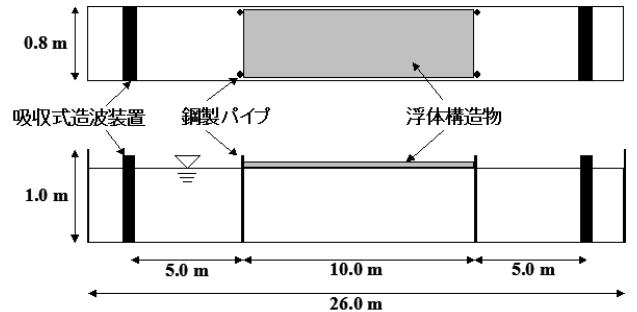


図-2 劉・堺⁵⁾ の水理実験で用いられた造波水路（上図が水路上方から見た平面図であり、下図が横方向から見た鉛直断面図である。）

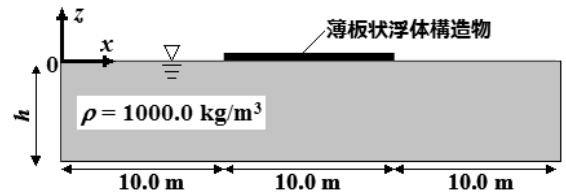


図-3 薄板状浮体構造物を有する計算対象領域

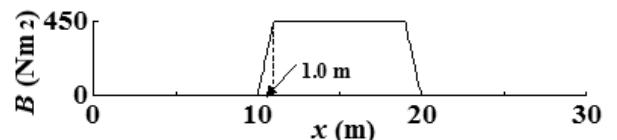


図-4 図-3 に示す計算対象領域の表面における曲げ剛性率の分布

本論文の数値解析では、鉛直断面内の運動を対象とし、式(1a), (1b) 及び (5) を基礎方程式として、これらを Nakayama・Kakinuma⁴⁾ に類似した差分法を用いて解く。計算対象領域の両端は、完全反射の鉛直壁とし、簡単のために壁面及び底面における摩擦を無視する。初期状態において、速度ポテンシャルの重み係数 $f_{i,\alpha}(x,0)$ をすべて 0, すなわち、初期流速を 0 とする。

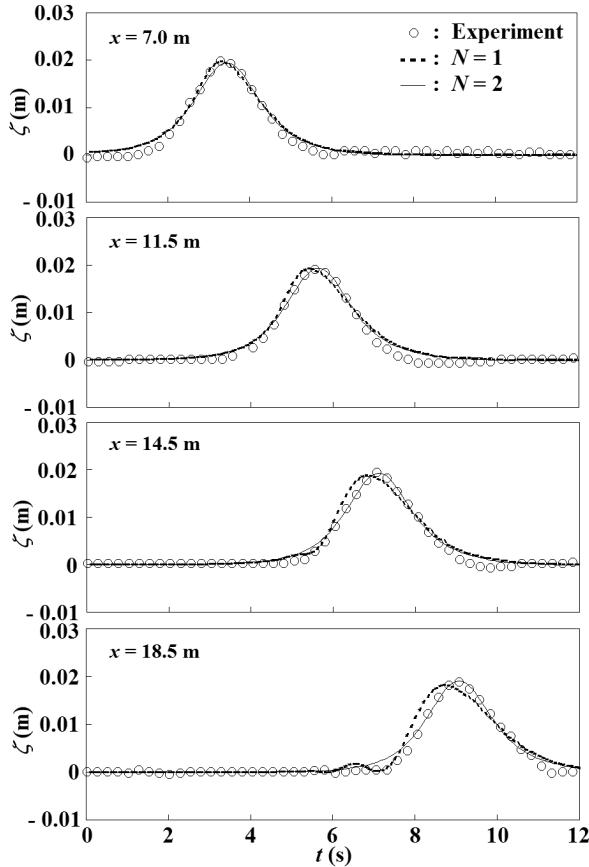


図-5 $x = 7.0, 11.5, 14.5$ 及び 18.5 m の各地点における表面変動（静水深及び入射波波高は、それぞれ、 0.4 及び 0.02 m である。）

3. 薄板状浮体構造物に入射する表面孤立波の数値解析

まず、本数値モデルの検証のために、1層問題を対象とし、数値解析結果と既存の水理実験結果とを比較して、薄板状浮体の応答の再現性を調べる。

劉・堺⁵⁾は、図-2に示す造波水路内に、曲げ剛性率が 450.0 Nm^2 の薄板状浮体を設置し、津波の来襲を想定して、この薄板状浮体に孤立波が入射する場合の水理実験を行なった。

数値解析では、図-3に示す領域を計算対象領域とし、表面において、図-4に示すような曲げ剛性率の分布を与えて一部の水域を覆う薄板を表現する。計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x = 0.05\text{ m}$ 及び $\Delta t = 2.5 \times 10^{-5}\text{ s}$ とする。ここでは、波高水深比が異なる、入射波の非線形性が比較的弱い場合と比較的強い場合の2ケースを対象とする。

(1) 入射波の非線形性が比較的弱い場合に対する数値解析結果と水理実験結果の比較

静水深を $h = 0.4\text{ m}$ とし、初期表面形を $\zeta(x,0) = 0.08/(2.0^x + 2.0^{-x})$ とする。速度ポテンシャルの展開項数 N は、1、または、2とする。

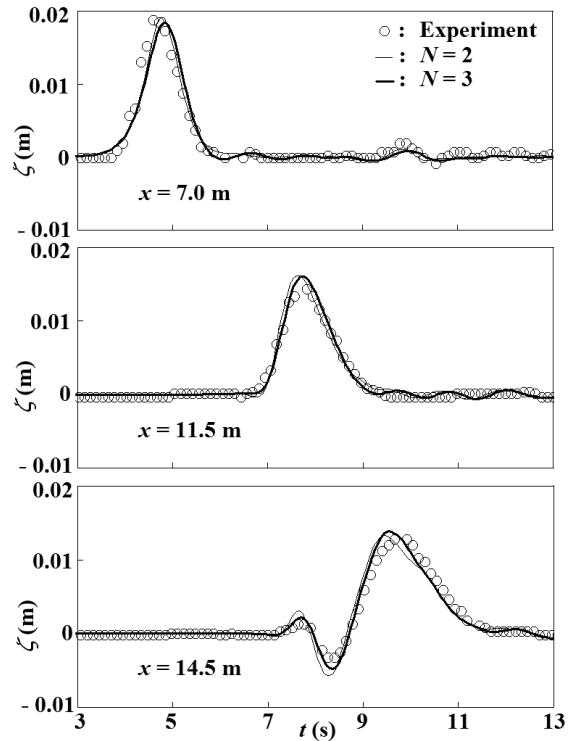


図-6 $x = 7.0, 11.5$ 及び 14.5 m の各地点における表面変動（静水深及び入射波波高は、それぞれ、 0.2 及び 0.02 m である。）

地点 $x = 7.0, 11.5, 14.5$ 及び 18.5 m における表面変動の数値解析結果と水理実験結果⁵⁾を図-5に示す。 $N = 1$ の数値解析結果は、 $N = 2$ の計算結果及び実験結果と比較して、前傾が大きく現れている。 $N = 1$ の場合、すなわち、速度ポテンシャルの鉛直分布を一様分布と仮定すると、式(1a)及び(1b)は、非線形浅水方程式系と一致するため、数値解析において波の分散性が考慮されない。従って、 $N = 1$ の場合、非線形効果による波の前傾化が抑制されず、水理実験結果のような波形の前後対称性が維持されなくなる。他方、 $N = 2$ の場合、速度ポテンシャルの鉛直分布が一様でなく、線形分布の効果が考慮されているため、波の非線形性及び分散性を評価し、計算結果は、実験結果と調和的である。

(2) 入射波の非線形性が比較的強い場合に対する数値解析結果と水理実験結果の比較

静水深を $h = 0.2\text{ m}$ とし、初期表面形を $\zeta(x,0) = 0.08/(10.0^x + 10.0^{-x})$ とする。速度ポテンシャルの展開項数 N は、2、または、3とする。

地点 $x = 7.0, 11.5$ 及び 14.5 m における表面変動の数値解析結果と水理実験結果⁵⁾を図-6に示す。地点 $x = 14.5\text{ m}$ における計算結果は、実験結果に現れている津波高さの減衰、並びに、孤立波に先行する振動を再現している。このうち、後者は、入射波の非線形性が強い場合に発生することが確かめられている¹⁾。速度ポテンシャルの展開項数 N を2、

または、3とした場合の本数値モデルは、この場合、高い再現性を有していると言える。

4. 薄板状浮体構造物上の点荷重の移動に伴い生成される表面波及び内部波の数値解析

次に、薄板状浮体構造物と2層流体の相互干渉問題を扱う。すなわち、飛行機の離着陸時のように、薄板状浮体構造物上に作用する点荷重が移動する場合に発生する表面波及び内部波を対象として、数値解析を行なう。

初期静水状態において、表面形、界面形及び速度ポテンシャルの重み係数をそれぞれ $\zeta(x,0) = 0 \text{ m}$, $\eta(x,0) = -h_1$ 及び $f_{i,\alpha}(x,0) = 0$ ($i = 1 \text{ and } 2$) とする。計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x = 0.05 \text{ m}$ 及び $\Delta t = 2.0 \times 10^{-5} \text{ s}$ とする。

(1) 薄板状浮体構造物上の点荷重の移動速度が表面浅水波の波速に近い場合

計算対象領域を図-7に示す。曲げ剛性率 B_s を有する全長 $L_s = 35.0 \text{ m}$ の薄板状浮体を $5.0 \text{ m} \leq x \leq 40.0 \text{ m}$ の領域に設置する。薄板状浮体上に働く点荷重の大きさ及び移動速度は、それぞれ、 $0.2\rho_1 gh$ 及び $v_p = k\sqrt{gh}$ とし、共に一定値であるとする。薄板状浮体上を点荷重が移動する領域は、 $10.0 \text{ m} \leq x \leq 10.0 \text{ m} + L_p$ とする。

図-8に、薄板状浮体の曲げ剛性率を $B_s = 500.0 \text{ Nm}^2$ 、点荷重が移動する距離を $L_p = 5.0 \text{ m}$ とし、速度ポテンシャルの展開項数を $N = 2$ としたときの、各時刻における表面形を示す。ここで、図中の ∇ は、各時刻における点荷重の作用点を示している。点荷重の移動速度が表面浅水波の波速と等しい $k = 1.0$ の場合、浮体を伝播する浮体波の表面波モードの波高が顕著に増幅される。一方、点荷重の移動速度が表面浅水波の波速より大きい $k = 2.0$ の場合、 $k = 0.5$ 、または、 1.0 の場合と比較して、先行する短波長の浮体波が増幅される。これらは、点荷重と、この移動速度に近い波速を有する浮体波の成分波の共振作用による。

また、 $k = 1.0$ の場合、点荷重の作用点における勾配 $\partial\zeta/\partial x$ は、点荷重が移動している間、正の値を示し、点荷重は、上り勾配の斜面を移動している。このように点荷重が上り勾配の斜面を移動する結果は、遠藤⁶⁾で扱われた場合と類似している。

一方、 $k = 2.0$ の場合、 $t\sqrt{g/h} \leq 1.9$ において、点荷重は、上り勾配の斜面を移動し、 $t\sqrt{g/h} = 2.5$ において、点荷重の前方を伝播する浮体波の峰を点荷重が追い越そうとしている。

図-9に、 $k = 1.0$ の場合の、点荷重の停止時刻 $t\sqrt{g/h} = 5.0$ における表面形及び界面形を示す。界面においては、点荷重の移動に伴い、表面波モード

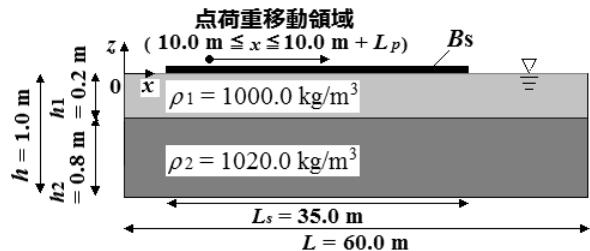


図-7 薄板状浮体構造物と2層流体

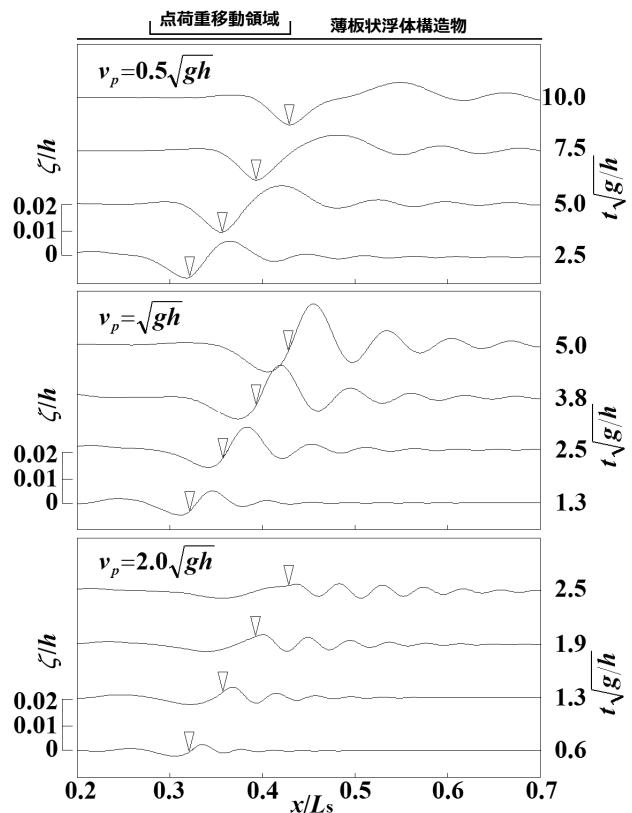


図-8 各時刻の表面形 ($B_s = 500.0 \text{ Nm}^2$, $L_p = 5.0 \text{ m}$ 及び $N = 2$ としている。図中の ∇ は、点荷重の作用点の位置を示す。)

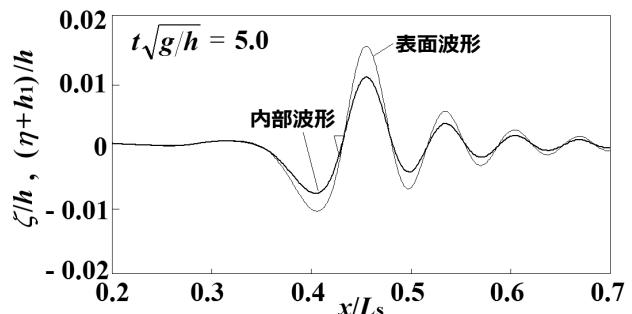


図-9 点荷重の停止時刻 $t\sqrt{g/h} = 5.0$ における表面形及び界面形 ($B_s = 500.0 \text{ Nm}^2$, $L_p = 5.0 \text{ m}$, $N = 2$ 及び $k = 1.0$ としている。図中の ∇ は、点荷重の作用点の位置を示す。)

の内部波が増幅されている。

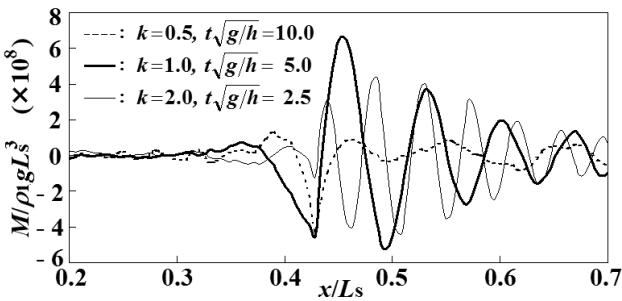


図-10 点荷重の停止時刻における薄板状浮体に働く曲げモーメントの分布 ($B_s = 500.0 \text{ Nm}^2$, $L_p = 5.0 \text{ m}$ 及び $N = 2$ としている。)

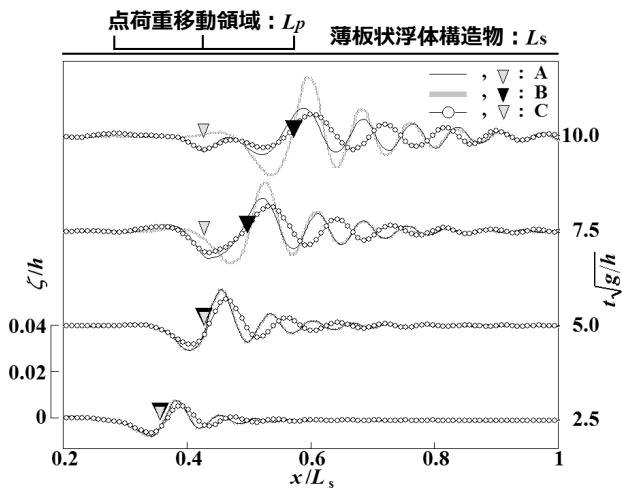


図-11 各時刻における表面形 ($N = 2$ 及び $k = 1.0$ としている。図中の ∇ は、点荷重の作用点の水平位置を示す。A: $L_p/L_s = 0.143$ and $B_s/\rho_1 g L_s^4 = 3.38 \times 10^{-8}$, B: $L_p/L_s = 0.286$ and $B_s/\rho_1 g L_s^4 = 3.38 \times 10^{-8}$, C: $L_p/L_s = 0.143$ and $B_s/\rho_1 g L_s^4 = 6.67 \times 10^{-8}$)

図-10 に、 $k = 0.5$, 1.0 及び 2.0 の場合の、それぞれの点荷重の停止時刻における、薄板状浮体の曲げモーメントの分布を示す。このうち、 $k = 0.5$ の場合、点荷重の作用点において、曲げモーメントの絶対値が比較的大きくなっているが、点荷重の作用点付近以外の点における曲げモーメントの絶対値は、あまり大きくなっていない。一方、 $k = 1.0$ の場合、浮体波が顕著に増幅されるため、点荷重の作用点付近以外にも、曲げモーメントの絶対値が大きくなる点がある。また、 $k = 2.0$ の場合、薄板状浮体の変位は、 $k = 1.0$ の場合ほど大きくならないものの、大きな曲率を有する短波長の浮体波が増幅されるため、曲げモーメントの絶対値が比較的大きくなっている。

$B_s = 500.0 \text{ or } 1000.0 \text{ Nm}^2$ 及び $L_p = 5.0 \text{ or } 10.0 \text{ m}$ として、薄板状浮体の曲げ剛性率及び点荷重が移動する距離の影響を調べる。図-11 に、 $N = 2$ 及び $k = 1.0$ とした場合の、各時刻における表面形を示す。点荷重の移動距離 L_p が長いほど、生成された浮体波の波高が大きい。また、薄板状浮体の曲げ剛性率

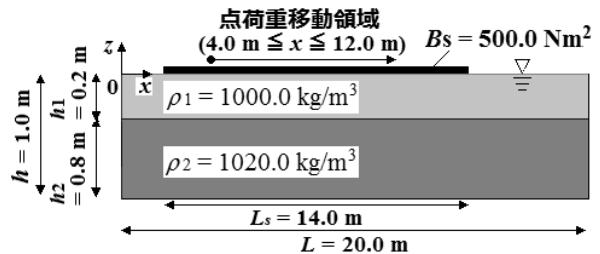


図-12 薄板状浮体構造物と 2 層流体

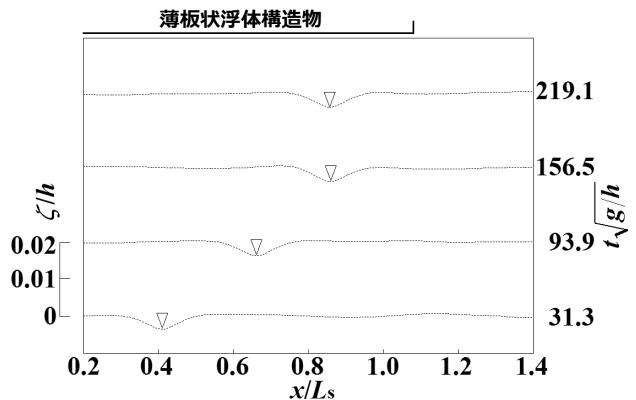


図-13 各時刻における表面形 ($N = 1$ 及び $\kappa = 1.0$ としている。図中の ∇ は、点荷重の作用点の位置を示す。)

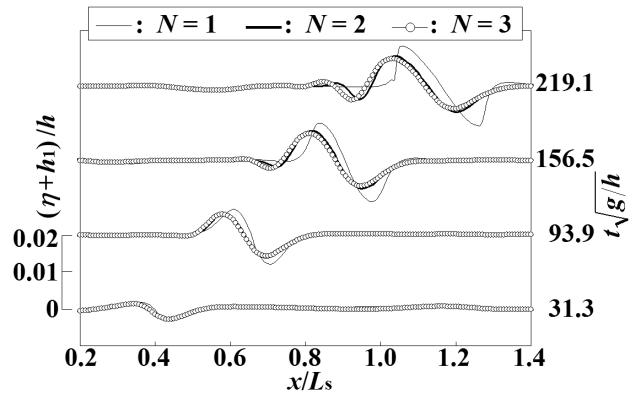


図-14 各時刻における界面形 ($\kappa = 1.0$ としている。)

B_s が大きいほど、浮体波の波高が小さく、波長が長くなることがわかる。

(2) 薄板状浮体構造物上の点荷重の移動速度が内部浅水波の波速に近い場合

計算対象領域を図-12 に示す。曲げ剛性率 $B_s = 500.0 \text{ Nm}^2$ を有する全長 $L_s = 14.0 \text{ m}$ の薄板状浮体を $1.0 \leq x \leq 15.0 \text{ m}$ の領域に設置する。薄板状浮体上を点荷重が移動する領域は、 $4.0 \leq x \leq 12.0 \text{ m}$ とし、点荷重の移動速度を一定値 $v_p = \kappa \sqrt{egh_1 h_2 / h}$

($\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$) とする。点荷重の大きさは、 $4.0 \leq x < 4.25 \text{ m}$ において、0 から $0.2 \rho_1 gh$ まで徐々に増加させ、 $4.25 \leq x \leq 12.0 \text{ m}$ において、一定値 $0.2 \rho_1 gh$ とする。

図-13 に、 $\kappa = 1.0$ の場合の、各時刻における表面形を示す。ここで、速度ポテンシャルの展開項数を $N = 1$ としており、図中の ∇ は、点荷重の作用点の位置を示している。点荷重の移動速度が内部浅水波の波速と等しい場合、点荷重の作用点における浮体のたわみ部が、点荷重の移動と共に移動するに留まり、有意な波高を有する浮体波が生成されない。なお、 $\kappa = 0.5, 1.0$ 及び 2.0 の場合に、 $N = 1 \sim 3$ として、有意な波高を有する浮体波が生成されないことを確認した。

他方、図-14 に、 $\kappa = 1.0$ の場合の、 $N = 1 \sim 3$ としたときの各時刻における界面形を示す。このように、点荷重の移動速度が内部浅水波の波速と等しい場合、内部波モードの内部波が顕著に発達する。

移動荷重によって励起された内部波モードの内部波は、構造物が覆う水域からその周辺水域へと伝播していく。ところで、一様斜面上を伝播する内部孤立波の数値解析⁷⁾により、斜面上の内部波の波高は、浅水変形に伴い、波高水深比が 0.5 程度になるまで増加する場合のあることが示されている。波高が増加した内部波は、その後、碎波現象を通じて水圏環境に影響を与える可能性がある。従って、例えば、浮体構造物の設置位置が浅水域の近傍である場合、波の方向分散による波高減衰があまり生じることなく、海底地形や水深の影響により内部波の波高が増加して碎波に至り、有意な物質輸送や鉛直混合を通して水圏環境に影響を及ぼし得る。

なお、図-14において、 $N = 1$ として波の非分散を仮定した際に見られる波形の急峻化は、 $N = 2$ 、または、 3 として波の分散を考慮したときに、抑制されている。

5. 結 論

本研究では、薄板状浮体構造物と 1 層、または、2 層流体の相互干渉問題の数値解析を行なった。

まず、津波を想定した表面孤立波が薄板状浮体に覆われた 1 層の水域に伝播する場合を対象とし、表面波の数値解析結果と既存の水理実験結果を比較した。そして、この場合、速度ポテンシャルの展開項数 N を 2、または、3 としたとき、本数値モデルによる薄板状浮体の応答の再現性が高いことが確かめられた。

次に、飛行機の離着陸時のように、薄板状浮体構造物上に作用する点荷重が移動する場合に、生成される表面波及び内部波の数値解析を行なった。そし

て、以下に示すような結論が得られた。

- (1) 点荷重の移動速度が表面浅水波の波速と等しい場合、この移動速度に近い波速を有する浮体波成分が共振し、表面波及び内部波の表面波モードが顕著に増幅される。
- (2) 点荷重の移動速度が表面浅水波の波速より速い場合、点荷重の移動速度が相対的に遅い場合と比較して、大きな曲げモーメントが薄板状浮体に働く。従って、飛行機の安定した走行を確保するといった観点からのみならず、構造物の耐久性といった観点からも、浮体波の表面波モードの増幅に対して注意を要する。
- (3) 薄板状浮体上の点荷重の移動速度が内部浅水波の波速と等しい場合、内部波の内部波モードが顕著に増幅される。

今後の検討事項として査読者に御指摘いただいたように、移動荷重によって励起される内部波が水圏環境に与える影響を定量的に評価する必要がある。その際、浮体構造物の水平方向の広がりを考え、点荷重の移動に伴う浮体構造物の平面 2 次元的な挙動を把握し、また、生成波の方向分散を考慮して、様々な地形を対象とした検討を進めたい。

参考文献

- 1) 堀 茂樹・笛本 誠・劉 曜東・影佐拓也・平賀健司：津波来襲時の大型弾性浮体の変形について、海岸工学論文集、第 45 卷、pp. 896-900、1998.
- 2) Hermans, A. J.: A boundary element method for the interaction of free-surface waves with a very large floating flexible platform, *J. Fluids and Structures*, Vol. 14, pp. 943-956, 2000.
- 3) 柿沼太郎：海面や海中で振動する大規模薄板構造物と相互干渉する表面波及び内部波の非線形数値計算、海洋開発論文集、第 17 卷、pp. 181-186, 2001.
- 4) Nakayama, K. and Kakinuma, T.: Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 62, pp. 574-590, 2010.
- 5) 劉 曜東・堺 茂樹：大型弾性浮体下での孤立波の分裂に関する数値解析、海岸工学論文集、第 47 卷、pp. 31-35, 2000.
- 6) 遠藤久芳：波浪および飛行機の離着陸荷重を受ける VLFS の挙動、第 15 回海洋工学シンポジウム、pp. 193-200, 2000.
- 7) 山下 啓・柿沼太郎・中山恵介・及川正行・辻 英一・西川 学：深水域や碎波点近傍における非線形内部波の挙動、土木学会論文集 B2 (海岸工学) , Vol. 66, No. 1, pp. 26-30, 2010.